GUIA PRACTICA SOBRE ECUACIONES EXPONENCIALES

INTENCIONALIDAD:

- Dar a conocer la importancia del método de ruffini para determinar el resto de la división de polinomios.
- Establecer métodos para determinar el valor numérico de un polinomio.

RECOMENDACIONES:

- ✓ Debes ejercitar los ejercicios paso a paso.
- ✓ Debes usar adecuadamente la calculadora como apoyo para la resolución de los ejercicios.
- ✓ Debes ordenar los polinomios de mayor a menor exponente, y si falta algún miembro debes completar agregando cero con el valor del polinomio faltante. Por ejemplo $2x^3 + 5x - 8 + 4x^5$ aquí se observa que faltan los elementos $x^4\ y\ x^2$, entonces se ordena de la siguiente manera empezando con el mayor exponente $4x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 + 5x - 8$ de esta manera puedes aplicar el método de Ruffini sin ningún inconveniente.
- ✓ Ten cuidado con las operaciones básica
- ✓ Si tienes alguna duda consulta con el docente.

MÉTODO DE RUFFINI

División de polinomios $P(x)$ entre un monomio de la forma $(x-a)$

La regla de Ruffini es una alternativa a la división. También se puede utilizar para dividir un polinomio por un posible factor, $x-k$. Sin embargo, la regla no se puede utilizar para dividir polinomios más grandes, como ecuaciones cuadráticas, en otro polinomio.

Resolvamos el siguiente ejemplo, se tiene el polinomio

$$-3x^5-5x+1+4x^3$$

Y lo queremos dividir por $\boxed{(x-2)}$

1er PASO: Ordenar el polinomio en forma decreciente (de mayor a menor exponente) y completarlo si es necesario

$$\boxed{-3x^5+0x^4+4x^3+0x^2-5x+1}$$

2do PASO: en la primera fila colocamos los coeficientes del dividendo según las potencias decrecientes

	-3	0	4	0	-5	1
2		-6	-12	-16	-32	-74
	-3	-6	-8	-16	-37	-73

3er PASO: Término independiente del divisor cambiando el signo

4to PASO: se baja el coeficiente principal del dividendo

Suma de los números superiores.

Suma de los números superiores. Es el resto de la división.

5to PASO: Los números de la segunda fila se consiguen multiplicando el término independiente del divisor por el último número conseguido de la tercera fila:

2·(−3)=−6 2·(−6)=−12

2·(−8)=−16 2·(−16)=−32

2·(−37)=−74

6to PASO: Los coeficientes del nuevo polinomio son los números de la tercera fila menos el último que es el resto. En este caso los coeficientes son:

$$\boxed{-3 \qquad -6 \qquad -8 \qquad -16 \qquad -37}$$

El resto es R= -73

7mo PASO: Con estos coeficiente formamos el nuevo polinomio de la siguiente manera a) vemos el grado del polinomio origina (en este ejemplo es de grado 5) y como hallamos solamente el resto debemos restarle 1 (5-1= 4), es dcir que el polinomio a formar debe ser de grado cuatro, es decir:

$$-3x^4 - 6x^3 - 8x^2 - 16x - 37$$

8vo PASO: Para verificar que el ejercicio esta bien realizado procedemos de la siguiente manera: tomamos el polinomio original $-3x^5 + 0x^4 + 4x^3 + 0x^2 - 5x + 1$ y de la expresión $(x-2)$ despejamos el valor de x de la siguiente mantera:

$$x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

Este valor lo sustituimos en el polinomio original:

$-3x^5 + 0x^4 + 4x^3 + 0x^2 - 5x + 1$ = $-3(2)^5 + 0(2)^4 + 4(2)^3 + 0(2)^2 - 5(2) + 1$

= $-3(32) + 0(16) + 4(8) + 0(4) - 5(2) + 1$ = $-96 + 0 + 32 + 0 - 10 + 1$

= -73 fíjate que da igual al resto, esto nos indica que el ejercicio esta bien realizado.

FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO APLICANDO EL TEOREMA DEL RESTO.

Si dividimos $P(x) \div (x-a)$ y si la división es exacta:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x-a \\ \cline{2-2} 0 & q(x) \end{array}$$

Entonces $P(x) = (x-a).q(x)$ $\quad$ $diremos\ que\ (x-a) es\ una\ raiz\ o\ cero\ del\ polinomio\ P(x)$

TEOREMA

Siga $p(x)$ es un polinomio con coeficientes enteros y $x = a$ es un cero entero del polinomio $x = a$, entonces $x = a$ divide al término independiente del polinomio $p(x)$

Factoriza el polinomio $p(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8$.

Por el teorema anterior, si el polinomio tiene ceros enteros, estos son divisores del término independiente 8.

1er PASO BUSCAMOS TODOS LOS DIVISORES ENTERES DE 8

Estos son 1,−1,2,−2,4,−4,8,−8, ya que todos estos números dividen al 8.

SIEMPRE EMPEZAMOS CON EL MENOR NÚMERO

2do PASO: en la primera fila colocamos los coeficientes del dividendo según las potencias decrecientes

Entonces podemos efectuar la división:

	1	1	−6	−4	8
1		1	2	−4	−8
	1	2	−4	−8	$\boxed{0}$

3er PASO: Aplicar la regla de Ruffini, como el resto es cero esto nos indica que 1 es raíz del polinomio

$= (x - 1)$

Para establecer el factor simplemente cambias el signo.

	1	2	−4	−8
2		2	8	8
	1	4	4	$\boxed{0}$
−2		−2	−4	
	1	2	$\boxed{0}$	
−2		−2		
	1	$\boxed{0}$		

4to PASO: Tomamos los coeficientes que nos quedaron y volvemos a aplicar la regla de Ruffini, cada vez que encontramos un cero esto nos indica que es una raíz del polinomio, asi repetimos el procedimiento hasta simplemente nos quede el coeficiente principal.

$(x - 2)(x + 2)(x + 2)$

Para establecer el factor simplemente cambias el signo.

Las raíces o ceros del polinomio son 1, 2, -2, -2, y para formar los valores factorizados del polinomios simplemente aplicamos la formula $(x - a)$, *donde a son los valores que encontramos*

$$p(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8 = (x - 1)(x - 2)(x + 2)(x + 2) .$$

DATOS CURIOSOS

- Siempre se aplica el Método de Ruffini, lo importante es saber cuales son los divisores del término independiente.
- Hay divisores que se repiten al aplicar el teorema, es decir, un polinomio puede tener varias raíces iguales.
- Lo principal es lograr que el resto de cero para que el divisor sea raíz del polinomio.
- Cuando el resto no te da cero, esto nos indica que no es raíz del polinomio (en el ejemplo anterior con -1 no da cero en el resto)
- Si aplicas el primer divisor, encuentras un cero, pero con los siguientes divisores no puedes determinar los ceros, esto nos indican que el polinomio solo tiene un solo divisor, por tal motivo forma el nuevo polinomio con los coeficientes restantes.

Efectúa las siguientes divisiones aplicando el Método de Ruffini:

a) $(2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x + 1) : (x + 2)$

b) $(-2x^4 + 3x^2 - 5) : (x - 3)$

c) $(x^5 + 4x^4 - 5x + 1) : (x + 1)$

d) $(x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 3x - 5) : (x - 5)$

e) $(3x^5 + 2) : (x - 1)$

f) $(-3x^4 + 2x^3 - 7x) : (x - 2)$

Factoriza los siguientes polinomios. En cada ejercicio determina los ceros o raíces.

a) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$

b) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$

c) $x^4 + x^3 - 19x^2 - 49x - 30$

d) $x^4 + 10x^3 + 37x^2 + 60x + 36$

e) $x^4 - 2x^2 + 1$

Actividad de Meta cognición:

Al finalizar la realización de los ejercicios, tómate unos segundos con calma, y realiza tu proceso de Meta-cognición, a través de la rutina del pensamiento: **“El semáforo”**. Realízala en el organizador gráfico que encontrarás en la siguiente hoja e inclúyela en el portafolio.

VERDE	AMARILLO	ROJO
Escribe aquí aquellos conceptos, procedimientos que te quedaron claros	Escribe aquí aquellos conceptos, procedimientos que necesitas profundizar porque tienes dudas	Escribe aquí aquellos conceptos, procedimientos, que no comprendiste, no quedaron claros

Reflexiona ¿Qué te parece explicar los ejercicios de esta manera? ¿Qué ideas nuevas puedes presentar para seguir avanzando en los contenidos en el área de matemática?